

Comportement effectif de la paroi cellulaire du bois : comparaison numérique et analytique

PHAN Nhat Tung¹, AUSLENDER François¹, GRIL Joseph¹, MOUTOU PITTI Rostand^{1,2}

¹Université Clermont Auvergne, CNRS, SIGMA Clermont, Institut Pascal,
F-63000 Clermont Ferrand, France

²CENAREST, IRT, BP 14070, Libreville, Gabon
nhat_tung.phan@etu.uca.fr

Mots clés : Comportement élastique effectif ; Paroi cellulaire ; Méthode d'homogénéisation ;
Eléments finis.

Contexte et objectif

L'objectif de cette étude est d'analyser numériquement et analytiquement les propriétés élastiques linéaires de la paroi cellulaire du bois à travers des modèles de changement d'échelle. A cette intention, une approche numérique ainsi qu'une approche analytique simplifiée du comportement de la paroi cellulaire à l'échelle subpariétale sont proposées. Ces deux approches sont basées sur la description de la structure subpariétale et la disposition géométrique des microfibrilles dans la paroi S_2 .

Pour ce qui concerne l'approche numérique, celle-ci consiste à homogénéiser par des simulations par éléments finis une cellule périodique unitaire décrivant la morphologie de la paroi cellulaire S_2 et soumise à des conditions aux limites périodiques. L'apport de ce travail consiste à décrire de manière plus détaillée la morphologie réelle de la paroi cellulaire en prenant en compte des microfibrilles incurvées et reliées entre elles plutôt que de les considérer parallèles comme cela est supposé habituellement (Ahmad 2013).

Pour ce qui concerne l'approche analytique, le modèle proposé par Gril (1988) permet également de prendre en compte le fait que les microfibrilles sont incurvées et connectées entre elles et non parallèles, et pourra servir pour comparaison.

Description de la cellule élémentaire

La paroi cellulaire est constituée de couches concentriques, chacune composée de microfibrilles de cellulose entourée par une matrice amorphe composée d'un mélange d'hémicellulose et de lignine.

Pour la paroi S_2 , les microfibrilles sont enroulées de manière hélicoïdale autour de l'axe longitudinal des trachéïdes. Les microfibrilles sont modélisées dans cette étude par des cylindres de section rectangulaire d'environ 3-4 nm de largeur (Fig. 1a). Les microfibrilles sont distribuées parallèlement au sein d'une matrice de glucomannane et regroupées en entités plus grandes appelées microfibrilles, dont la section transversale est en moyenne entre 16 et 20 nm (Salmén 2004). Ce sont les microfibrilles qui sont considérées comme incurvées et reliées entre elles selon la géométrie illustrée par la Fig. 1a. La cellule unitaire est constituée de deux microfibrilles, quasi cylindriques de section rectangulaire, reliées dans le plan xy et entourées de matrice selon la géométrie décrite par la Fig. 1b. Dans la direction z , on suppose en plus la présence d'une couche de matrice d'épaisseur constante séparant ainsi dans cette direction les microfibrilles d'une couche périodique à une autre.

On suppose par ailleurs que les microfibrilles ont un comportement élastique isotrope transverse et que la matrice est élastique linéaire isotrope.

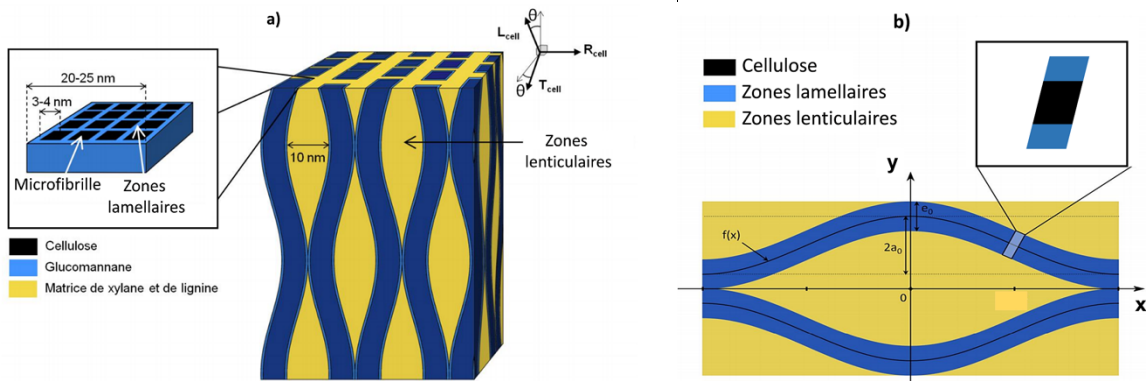


Fig. 1 : Structure schématique des macrofibrilles connectées et incurvées (Marie 2017).

Approche numérique

Analyse de l'effet des minéraux et de la granulométrie

Pour mailler la cellule élémentaire, nous avons procédé de la façon suivante. Les deux macrofibrilles cylindriques de section carrée sont générées à partir d'une courbe sinusoïdale. La matrice est constituée de deux zones différentes : une zone lenticulaire entourant les macrofibrilles dans les directions **1** et **2** (correspondant aux directions x et y de la Fig. 1) et une zone lamellaire entourant l'ensemble macrofibrilles / zone de matrice lenticulaire dans la direction **3**, comme cela est décrit par la Fig. 2.

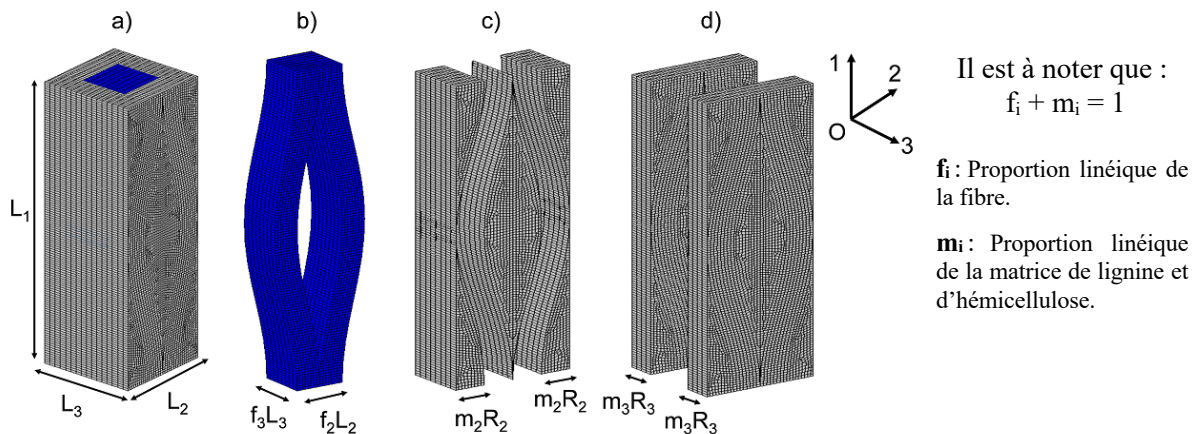


Fig. 2 : Maillage d'une cellule élémentaire à deux fibres ondulées : (a) Modèle de la cellule élémentaire avec deux fibres ondulées ; (b) Maillage de deux fibres ondulées ; (c) Maillage des zones lenticulaires de la matrice ; (d) Maillage des zones lamellaires de la matrice.

Calcul du comportement effectif

Pour calculer le comportement effectif de la cellule élémentaire périodique, nous utilisons une approche en déformation et appliquons ainsi des conditions aux limites (CL) périodiques (Bornert et al. 2001) du type :

$$u_i(\underline{x}) = E_{ij}^0 \cdot x_j + u'_i(\underline{x}) \quad (1)$$

où E_{ij}^0 est le tenseur homogène des déformations macroscopique et $u'_i(\underline{x})$ représente un champ de déplacement périodique.

En appliquant 6 chargements élémentaires différents et en résolvant le problème local d'élasticité associé à la cellule élémentaire soumise à ces CL, on calcule la contrainte macroscopique $\bar{\sigma}_{ij}$ à l'aide de la relation :

$$\bar{\sigma}_{ij} = \langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV \quad (2)$$

Les propriétés élastiques effectives \tilde{C}_{ijkl} de la paroi cellulaire sont alors déterminées par la relation suivante.

$$\bar{\sigma}_{ij} = \tilde{C}_{ijkl} \cdot \bar{\epsilon}_{kl} \quad (3)$$

Du fait de l'isotropie transverse du comportement des fibres, de l'isotropie du comportement de la matrice, ainsi que de l'existence de deux plans de symétrie pour la cellule élémentaire, on notera que le comportement effectif est nécessairement orthotrope.

Approche analytique

Une approche analytique en contraintes planes basée sur la description géométrique de la cellule unitaire définie précédemment a été proposée par J. Gril (1988). Cette approche permet la détermination de la rigidité du réseau de macrofibrilles en l'absence de matrice (Fig. 2).

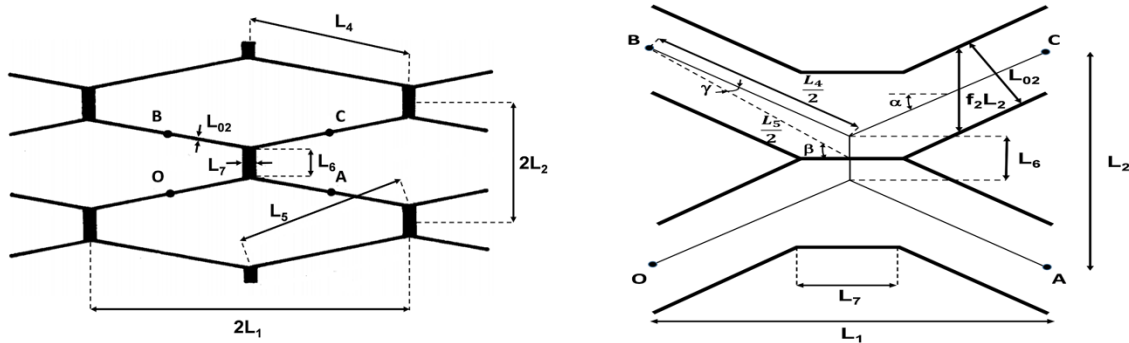


Fig. 2 Schématisation d'une lamelle du réseau microfibrillaire à l'aide d'un assemblage périodique de poutres et de poutrelles

Résultats et discussions

Les résultats obtenus analytiquement par l'approche de Gril (1988) sont confrontés à ceux issus de l'approche numérique dans le cas d'une matrice infiniment souple (Fig. 4). On notera que l'approche numérique fournit la solution de référence du problème, c'est-à-dire la solution « exacte » aux approximations numériques près. Cette confrontation est faite sur la base des coefficients de la matrice de rigidité (\tilde{C}_{ij}) obtenus en faisant varier la fraction volumique de la fibre. La comparaison des deux approches (numérique et analytique) permet de constater que l'approche analytique de J. Gril représente de manière satisfaisante le comportement effectif du réseau de macrofibrilles évalué par les simulations éléments finis.

Conclusions et perspectives

Dans cette étude une comparaison entre le comportement effectif numérique et analytique du réseau de macrofibrilles en l'absence de matrice a été réalisée. Cette comparaison a permis de montrer que le modèle analytique décrit convenablement le comportement effectif du réseau de macrofibrilles évalué par homogénéisation numérique.

Dans le but de prendre en compte l'ondulation des macrofibrilles dans les trois directions spatiales, une nouvelle description morphologique 3D de la cellule élémentaire est en cours d'élaboration. Ce nouveau modèle de microstructure, permettra l'analyse du comportement

effectif de la paroi cellulaire en tenant compte du mouvement des microfibrilles non seulement dans le plan 12, mais aussi dans le plan 13.

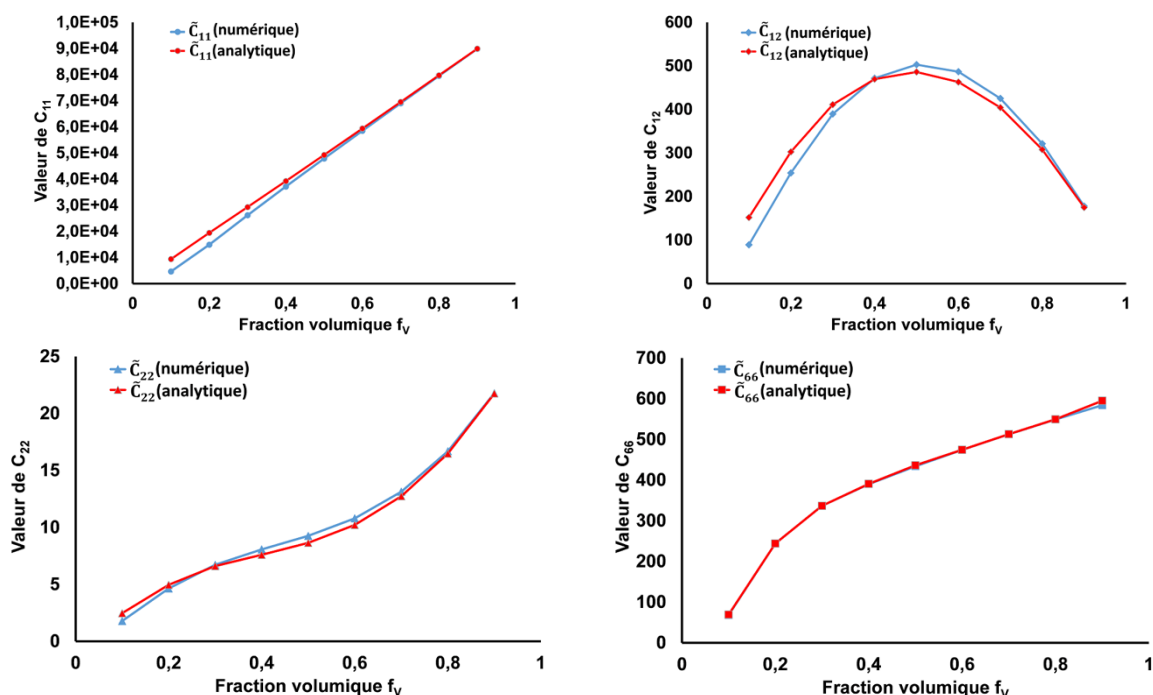


Fig. 3 : Comparaisons des valeurs de \tilde{C}_{ij} entre les deux modèles utilisés.

Références

- Ahmad R.A. (2013) Multiscale Poroelastic Model - Bridging the Gap from Cellular to Macroscopic Scale. Doctor of Sciences, ETH Zurich, page 8-10.
- Bornert M., Bretheau T., Gilormini P. (2001) Homogénéisation en mécanique des matériaux 1 : matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques. Vol. Tome 1. Composites à microstructure périodique, chapitre 3.
- Gril J. (1988) Une modélisation du comportement hygro-rhéologique du bois à partir de sa microstructure. Thèse de doctorat, Université Paris 6, partie 3.
- Salmén L. (2004) Micromechanical Understanding of the Cell-Wall Structure. Comptes Rendus Biologies Volume 327, Issues 9–10 (octobre), Pages 873-880.
- Bonnet M. (2017) Analyse multi-échelle du comportement hygro-mécanique du bois : Mise en évidence par relaxométrie du proton et mesures de champs volumiques de l'influence de l'hétérogénéité au sein du cerne. Thèse de doctorant, Spécialité Structures et Matériaux, Université Paris-Est, page 125-129.