

Modélisation des contraintes longitudinales dans une section de branche : modèle élastoplastique

VAN ROOIJ Arnoul^{1,2}, GRIL Joseph^{1,2}, ALMERAS Tancrede³, BADEL Eric¹

¹Université Clermont-Auvergne, INRAE, PIAF F-63000 Clermont-Ferrand, France

²Université Clermont-Auvergne, CNRS Sigma Clermont, Institut Pascal, F-63000, Clermont-Ferrand, France

³Université Montpellier, CNRS, LMGC, F-34000 Montpellier, France

arnoul.van-rooij@inrae.fr

Mots clefs : biomécanique, casse des branches, modélisation, contraintes de croissance,

Contexte et objectifs

Toute l'année, mais particulièrement pendant l'été, un phénomène encore incompris est souvent observé : la chute imprévisible et soudaine de grosses branches. Cette 'casse estivale' est à l'origine de nombreux dégâts matériels et humains. Avec l'objectif de mieux comprendre ce phénomène, le travail de thèse consiste en partie à appréhender et modéliser le comportement mécanique des branches afin de comprendre la particularité des charpentières plagiotropes. Dans ce résumé, une attention particulière est portée sur l'aspect numérique du projet. Il s'agit du développement à l'échelle de la section d'un modèle de contraintes de croissance longitudinales. Ce développement permettra à terme de prédire des caractéristiques de branches pouvant mener à des niveaux de contraintes limites vis à vis d'une potentielle casse.

Rappelons que les contraintes de croissance se mettent en place dans les arbres du fait de la mise en place progressive du bois et des sollicitations mécaniques qu'il subit à chaque étape de sa formation. Celles-ci sont de deux natures, donnant lieu à deux composantes du champ de contraintes qu'on peut supposer additives dans le cadre de l'élasticité linéaire (Thibaut et Gril 2003) : d'une part le poids des nouvelles parties de l'arbre, supporté par toute la structure existante à un instant donné (contraintes de support) ; d'autre part la déformation du nouveau bois déposé en périphérie du fait de la maturation cellulaire (contrainte de maturation). La distribution des contraintes de croissance dans la tige d'un arbre, en équilibre avec l'effet de la gravité à tout instant, n'a rien à voir avec ce dont on a l'habitude en génie civil. En revanche, l'action de sollicitations à court terme, comme le vent, se traduirait par des contraintes supplémentaires conforme aux distributions habituelles lors de la flexion d'un milieu curviligne.

De nombreux modèles existent à ce jour. On mentionnera le modèle analytique de Kübler (1959a), qui est le premier modèle biomécanique de contraintes de maturation. La section est alors considérée comme homogène, la maturation des cellules instantanée et les déformations purement élastiques. Côté géométrie, la section est un disque parfait centré sur la moelle. De nombreux auteurs se sont attelés à reprendre et améliorer ce premier modèle. Fournier (1989) a proposé dans les années 1990 un modèle semi-analytique de contraintes de croissance, en prenant en compte des gradients circulaires de maturation (pour expliquer un éventuel port ou redressement), ainsi que des gradients de rigidité. Dans les années suivantes, de nombreux modèles analytiques 1D ont été développés (Alméras et al 2005, Alméras et Fournier 2009, Alméras et al 2018, Huang et al 2010). Ces derniers intègrent notamment la prise en compte de la contrainte de support.

L'objectif du travail en cours est de mettre en place un modèle semi-analytique qui prend en compte une plasticité mécanique des tissus. Dans un premier temps, nous avons confronté notre méthode de modélisation avec un code élastique, qui prend en compte bon nombre des caractéristiques développées dans la littérature : excentricité, gradient circulaire de maturation et intégration des contraintes de support (poids de la structure). Nous avons ensuite adjoint au code existant une version élastoplastique, qui présente des défauts de convergence quand l'excentricité augmente. Nous avons alors retravaillé notre méthode de maillage. Le travail en cours porte sur l'évaluation de ce nouveau maillage sur une loi élastique.

Modélisation et avancement

Discretisation de la section transversale : Dans un premier temps, un maillage en élément carrés réguliers a été proposé. Le paramètre principal de partitionnement est le nombre d'éléments par cerne sur l'axe principal dans la configuration centrée. Une des limites de ce maillage est que lorsque l'excentricité augmente, le nombre de points de discrétisation devient très faible dans les zones où la largeur de cerne est faible, générant une limite à la bonne convergence du code dans le modèle élasto-plastique.

Dans un deuxième temps, nous avons alors fait le choix de développer un maillage irrégulier qui s'adapte à la géométrie réelle des accroissements annuels. Les éléments ne sont plus carrés ou rectangulaires, mais fait de quadrilatères suivant les directions matérielles, ici les limites de cernes. Une représentation des deux types de maillages, régulier et irrégulier, est proposée dans la Fig. 1.

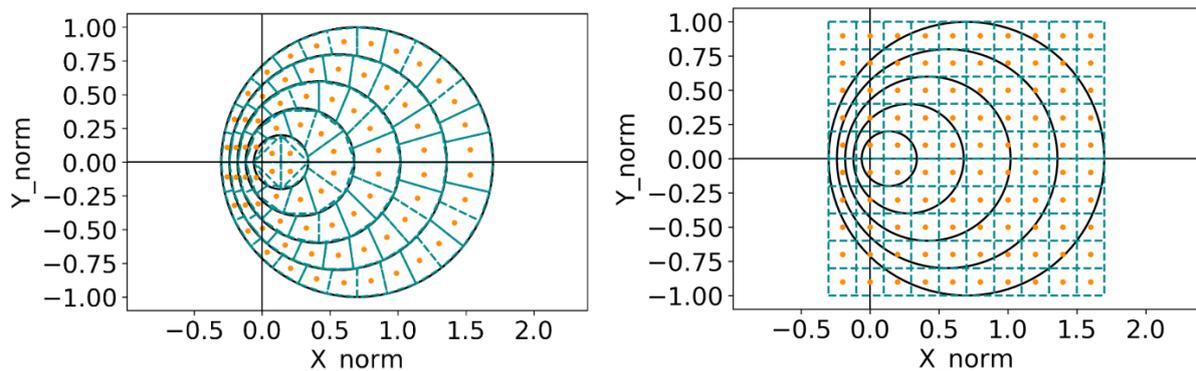


Fig. 1 : Evolution du maillage. (a) Version 1 : éléments carrés réguliers. (b) Version 2 : éléments quadrilatères suivant les caractéristiques matériaux, ici les accroissements annuels.

Méthode de calcul : Le code développé est un code semi-analytique, basé sur la discrétisation des équations d'équilibre sur la section. A chaque instant t , l'apparition et la rigidification d'un nouveau cerne vient perturber l'équilibre de la structure. Les petits incréments de contraintes qu'il engendre sont alors pris en compte pour calculer le nouvel équilibre. C'est le principe de la « bio » mécanique.

Comme précisé précédemment, le code peut prendre également en compte un gradient périphérique de maturation, ainsi qu'une excentricité. Les contraintes de support (poids de l'arbre, en permanente évolution) sont calculées et prises en compte dans le calcul des contraintes totales. Dans un premier temps, le code avec un maillage carré régulier a été testé avec une loi élastique dont on avait déterminé au préalable la solution analytique. Sur la Fig. 2 est présenté un résultat type. On y observe notamment les contraintes de support dans un axe penché, ainsi que les contraintes de maturation (avec une dissymétrie, traduisant l'éventuelle

présence d'un bois de réaction). Le profil analytique de contraintes de croissance (support + maturation) correspond bien à celui obtenu avec la méthode incrémentale.

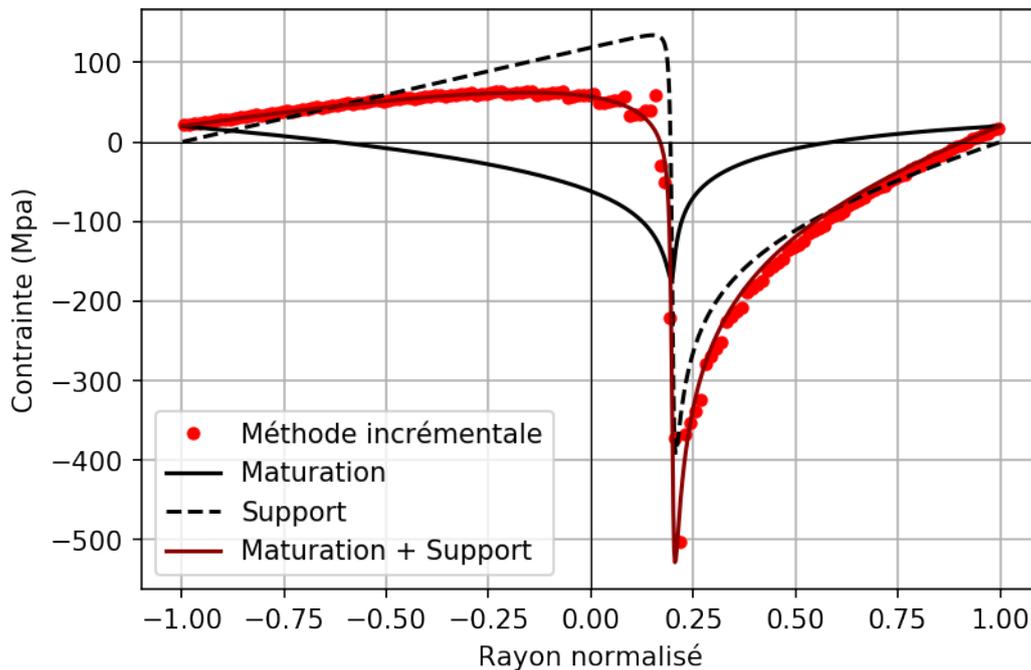


Fig. 2 : Profil diamétral de contraintes longitudinales de croissance pour un axe incliné. Excentricité $e=0.2$, longueur $L = 1\text{m}$, Rayon $R = 0.1\text{ m}$, angle d'inclinaison $\theta = 60^\circ$ avec la verticale, pas de gradient de contraintes de maturation. Croissance allométrique de type $L = cR^d$ avec $d = 0.4$. Module d'Young longitudinal $E=10\text{ GPa}$.

Une fois le code éprouvé sur ce cadre analytique, nous avons commencé à travailler sur une formulation élasto-plastique. La philosophie du calcul est un peu plus complexe : à chaque fois qu'un cerne apparaît, il entraîne une redistribution des contraintes, qui peut potentiellement faire plastifier certains éléments. Mais il faut que la plastification de ces éléments ne vienne pas se faire un détriment du maintien de l'équilibre. Ainsi un calcul de convergence est nécessaire. Grâce à ce dernier, on obtient des profils de contraintes qui sont à la fois en plastification /endommagement quand c'est nécessaire, mais aussi en équilibre. Cette formulation, expérimentée avec un maillage régulier a montré des signes indiquant une convergence lente qui empêchait le calcul d'aboutir dans un temps correct ; ce qui a conduit au développement du maillage irrégulier adapté.

A ce stade du projet, nous avons implémenté la loi élastique au modèle que nous avons couplé au nouveau maillage. On obtient alors une partition 2D de l'état de contraintes (dont un exemple est donné sur la Fig. 3), qu'il nous faut interpoler sur l'axe qui nous intéresse. La prochaine étape est d'implémenter la loi élasto-plastique au modèle en utilisant aussi ce nouveau maillage.

Conclusion

Un modèle élasto-plastique des contraintes de croissance longitudinales est en cours de développement. Ce dernier a été testé sur un maillage de type « géométrique ». Suite à des problèmes de convergence numérique, il a été décidé d'opter pour un maillage plus représentatif de la structure multi-cernes du bois. Celui-ci permet de mieux traiter les zones délicates (les zones où les limites de cernes sont très proches les unes des autres). Le nouveau code élasto-plastique utilisant ce maillage est en cours de développement.

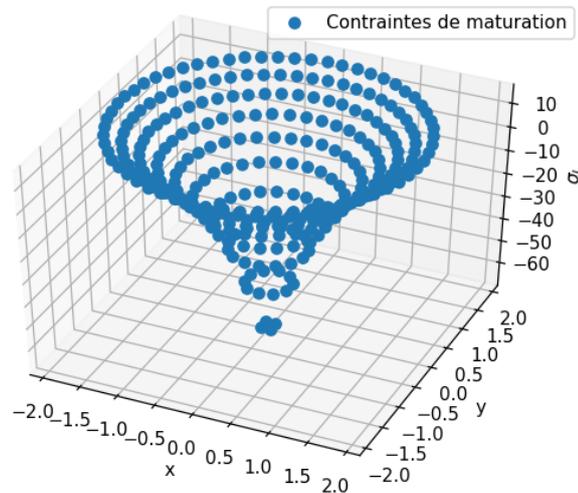


Fig. 3 : Profil de contraintes de maturation longitudinales pour un tronc droit, vertical et centré sur la moelle, obtenu à partir du code sur maillage irrégulier. On retrouve ici le modèle axisymétrique de Kübler (1959), avec l'annulation de la contrainte aux 2/3 du rayon environ.

Références

- Alméras T., Fournier M. (2009) Biomechanical design and long-term stability of trees: Morphological and wood traits involved in the balance between weight increase and the gravitropic reaction, *Journal of Theoretical Biology*, 256(3):370–381.
- Alméras T., Jullien D., Gril J. (2018) Modelling, evaluation and biomechanical consequences of growth stress profiles inside tree stems, Springer International Publishing, pages 21–48.
- Alméras T., Thibaut A., Gril J. (2005) Effect of circumferential heterogeneity of wood maturation strain, modulus of elasticity and radial growth on the regulation of stem orientation in trees. *Trees*, 19(4):457–467.
- Fournier M. (1989) Mécanique de l'arbre sur pied : maturation, poids propre, contraintes climatiques dans la tige standard. PhD thesis.
- Huang Y.S., Hung L.F., Kuo-Huang L.L. (2010) Biomechanical modeling of gravitropic response of branches: roles of asymmetric periphery growth strain versus self-weight bending effect. *Trees*, 24(6) :1151–1161.
- Kübler H. (1959) Studien über wachstumsspannungen des holzes iii. längenänderungen bei der wärmebehandlung frischen holzes. *Holz Rohst Werkst*, 17(3) :77–86.
- Thibaut B., Gril J. (2003) Growth stresses, in: Wood quality and its biological basis, J.R. Barnett, G. Jeronimidis (eds) Series: Biological Sciences Series, J.A. Roberts, P.N.R. Usherwood, Blackwell Publishing, Oxford, p. 137-156