Effet de l'orthotropie du bois sur les vitesses de propagation des ondes ultrasonores

X. ZHANG[(1)], M. TAKARLI[(1)], N. SAUVAT[(1)], F. DUBOIS[(1)], M. SBARTAI[(2)], F. COURREGES[(3)]

[(1)] Univ. Limoges, GC2D, EA 3178, F-19300 Egletons, France
[(2)] Univ. Bordeaux, I2M, UMR CNRS 5295, F-33405 Talence, France
[(3)] Univ. Limoges, XLIM-RESYST, UMR CNRS 7252, 87000 Limoges, France

Contact: xi.zhang@unilim.fr

GC2D
Laboratoire de Génie Civil, Diagnostic & Durabilité

7èmes journées du GDR 3544 « Sciences du bois »
Cluny, 20-22 novembre 2018

Contexte, problématique et Objectif

1. Ce travail de thèse s'inscrit dans le projet SOUBOIS (Surveillance et Auscultation des Ouvrage en Bois par Identification des Champs Hydrique et Mécanique vers une fiabilisation du CND-Bois), commencé en 2017 et financé par la région Nouvelle Aquitaine;
2. L'étude présentée ici vise à fiabiliser la compréhension de l'approche ultrasonore en tant qu'outil de caractérisation et de prédiction. L'objectif de ce travail est de proposer une approche contradictoire s'appuyant sur des résultats expérimentaux à l'échelle centimétrique et métrique, sur un développement numérique par Eléments Finis, et sur un complément proposé dans les développements analytiques.

Approche analytique

Le principe fondamental de la dynamique :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j x_k}$$; C_{ijkl} : Matrice de rigidité [C]

La solution **élastique:** $u(x,t) = u_0 \exp(i\omega t - ikx)$

L'équation de **Christoffel** : $(\rho V_\phi^2 \delta_{il} - \Gamma_{il})u_l = 0$; avec $\Gamma_{il} = C_{ijkl} u_l n_j n_k$

Bois : Matériau orthotrope

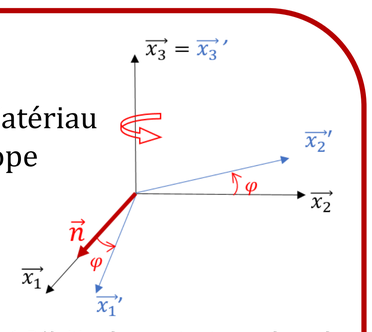


Figure 1. Définition des axes structuraux, des angles utilisés, de la direction de propagation d'onde $\vec{n}$

[S] : Matrice de souplesse orthotrope **[S]=[C]$^{-1}$**

$$[\varepsilon] = [S][\sigma]$$

[S'] : matrice de souplesse monoclinique **[S']=[C']$^{-1}$**

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & & & \\ \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & & [0] & \\ \frac{-\nu_{31}}{E_3} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ & [0] & & S & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ & & & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$

Matrice de rotation:

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[S'] = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} & S'_{13} & 0 & 0 & S'_{16} \\ S'_{21} & S'_{22} & S'_{23} & 0 & 0 & S'_{26} \\ S'_{31} & S'_{32} & S'_{33} & 0 & 0 & S'_{36} \\ 0 & 0 & 0 & S'_{44} & S'_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S'_{54} & S'_{55} & 0 \\ S'_{61} & S'_{62} & S'_{63} & 0 & 0 & S'_{66} \end{bmatrix}$$

$$S'_{11} = \frac{1}{E'_1}; S'_{22} = \frac{1}{E'_2}; S'_{33} = \frac{1}{E'_3};$$
$$S'_{44} = \frac{1}{G'_{23}}; S'_{55} = \frac{1}{G'_{13}}; S'_{66} = \frac{1}{G'_{12}};$$
$$S'_{12} = S'_{21} = \frac{\nu'_{12}}{E'_1} = \frac{\nu'_{21}}{E'_2};$$
$$S'_{13} = S'_{31} = \frac{\nu'_{13}}{E'_1} = \frac{\nu'_{31}}{E'_3};$$
$$S'_{23} = S'_{32} = \frac{\nu'_{23}}{E'_2} = \frac{\nu'_{32}}{E'_3}$$

$$[C'] = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \frac{1-\upsilon_{23}'\upsilon_{32}'}{E_2'E_3'} & \frac{1-\upsilon_{23}'\upsilon_{32}'}{E_2'E_3'} & \frac{1-\upsilon_{23}'\upsilon_{32}'}{E_2'E_3'} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1-\upsilon_{23}'\upsilon_{32}'}{E_2'E_3'} & \frac{1-\upsilon_{23}'\upsilon_{32}'}{E_2'E_3'} & \frac{1-\upsilon_{23}'\upsilon_{32}'}{E_2'E_3'} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1-\upsilon_{23}'\upsilon_{32}'}{E_2'E_3'} & \frac{1-\upsilon_{23}'\upsilon_{32}'}{E_2'E_3'} & \frac{1-\upsilon_{23}'\upsilon_{32}'}{E_2'E_3'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{23}' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13}' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{12}' \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{E_1'E_2'E_3'}{1-\upsilon_{23}'\upsilon_{32}' - \upsilon_{31}'\upsilon_{13}' - \upsilon_{21}'\upsilon_{12}' - 2\upsilon_{23}'\upsilon_{31}'\upsilon_{12}'}$$

$$[\Gamma_{il}]' = \begin{bmatrix} C_{11}'\cos^2\varphi + C_{66}'\sin^2\varphi & (C_{12}' + C_{66}')\sin\varphi\cos\varphi & 0 \\ (C_{12}' + C_{66}')\sin\varphi\cos\varphi & C_{66}'\cos^2\varphi + C_{22}'\sin^2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & C_{55}'\cos^2\varphi + C_{44}'\sin^2\varphi \end{bmatrix}$$ **(Tenseur Christoffel)**

$$V_P(\varphi) = \sqrt{\frac{(\Gamma'_{11}+\Gamma'_{22}) + \sqrt{(\Gamma'_{11}-\Gamma'_{22})^2 + 4\Gamma'^2_{12}}}{2\rho}};$$
Vitesse de l'onde de compression

Equation de Hankinson (Loi empirique):

$$V_\varphi = \frac{V_{0°}V_{90°}}{V_{0°}\sin^n\varphi + V_{90°}\cos^n\varphi};$$

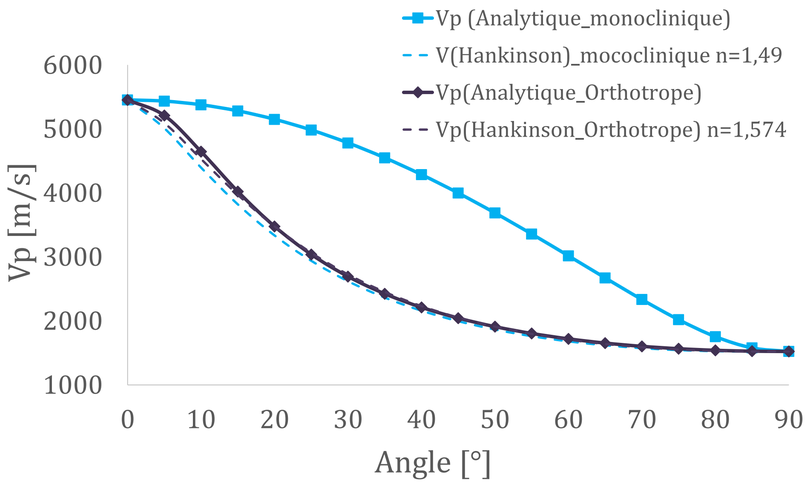


Figure 2. Variation des vitesses théoriques selon l'angle entre la direction de propagation et la ligne des fibres sur le plan (LR)

Comparaison des résultats

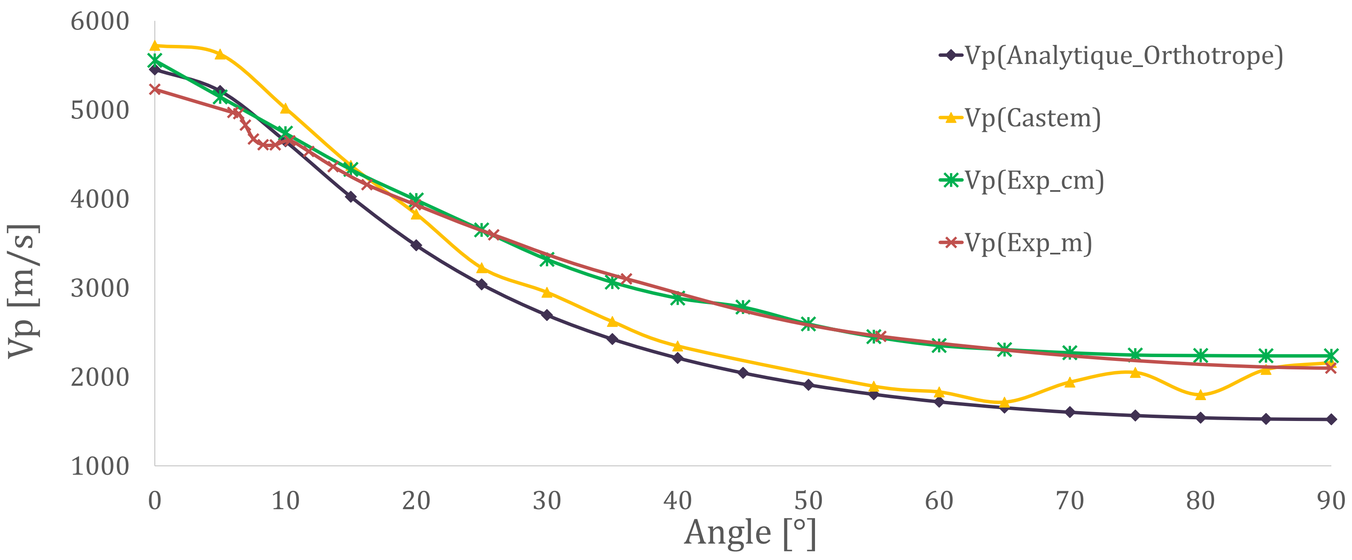


Figure 7. Comparaison entre les résultats analytique , expérimental et numérique.

Approche Numérique

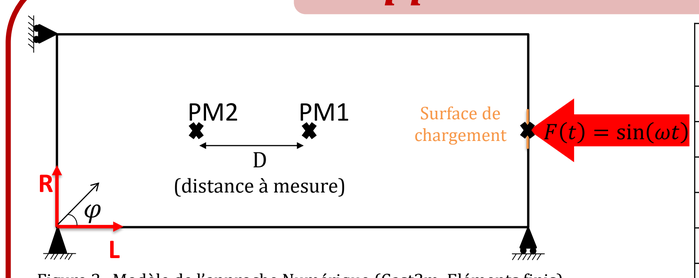
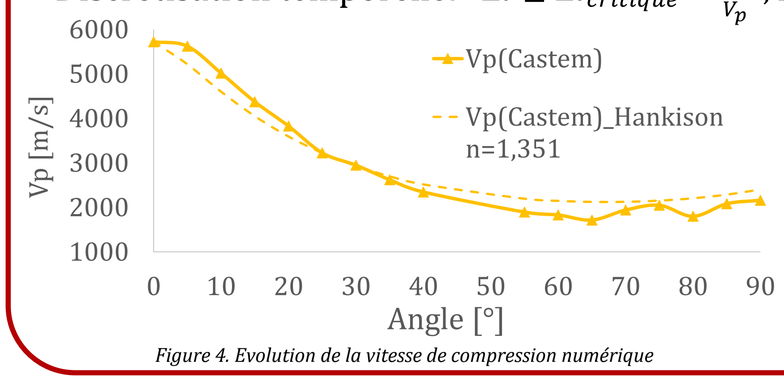


Figure 3. Modèle de l'approche Numérique (Cast3m, Eléments finis)

Module statique (GPa)		Coefficients de Poisson	
E_{LL}	13,4	ν_{TL}	0,022
E_{RR}	0,91	ν_{LT}	0,449
E_{TT}	0,67	ν_{RT}	0,390
G_{RT}	0,09	ν_{TR}	0,287
G_{LT}	1,05	ν_{RL}	0,020
G_{LR}	0,86	ν_{LR}	0,292

Table 1. Paramètres entrés pour l'analyse et Cast3m avec des propriétés élastiques du Douglas [KRE, 1999] [ESP, 18]

- Discrétisation spatiale : $\Delta x \leq \frac{\lambda_{min}}{N}$, $\lambda_{min} = \frac{V_{min}}{f}$
- Discrétisation temporelle: $\Delta t \leq \Delta t_{critique} \approx \frac{\Delta x}{V_p}$, N ≥ 10,

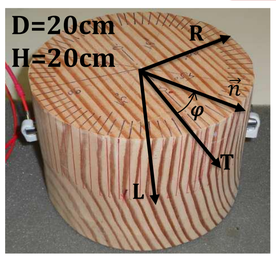


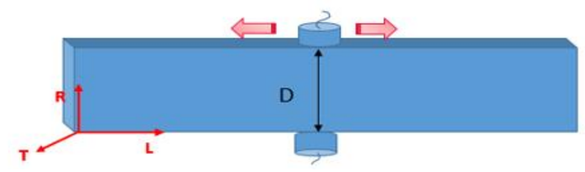
Vitesse de la propagation d'onde en compression:

$$V = \frac{D}{t_{PM1} - t_{PM2}}$$

Figure 4. Evolution de la vitesse de compression numérique

Approche Expérimentale





Effet d'échelle

Figure 5. Eprouvette de Douglas pour la mesure des vitesses dans le plan (LR) en échelle centimétrique(cm) (à gauche) et en échelle métrique (m) (à droite).

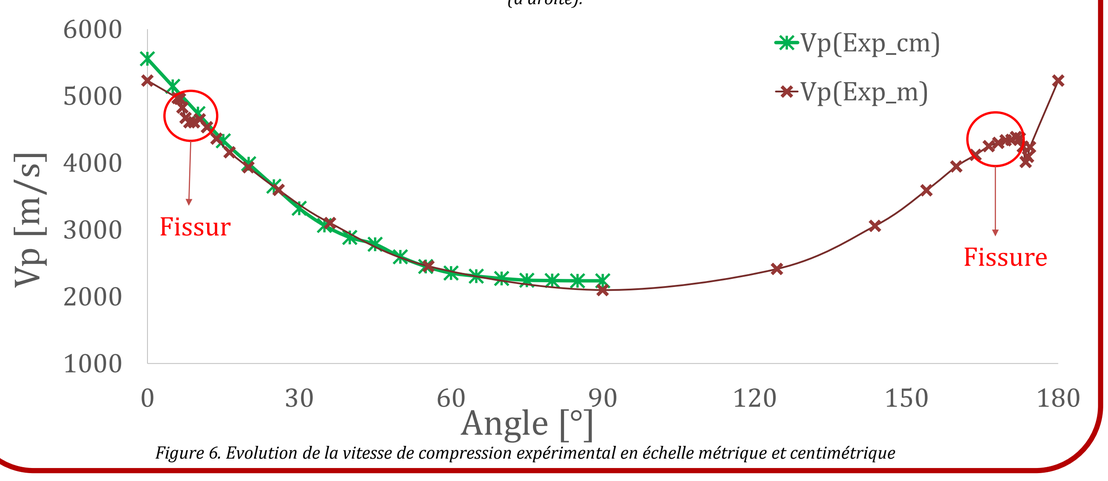


Figure 6. Evolution de la vitesse de compression expérimental en échelle métrique et centimétrique

Conclusions et Perspectives

1. Approche Analytique

Une matrice de rigidité orthotrope équivalente [C'] issue d'une rotation de la matrice [C] définie dans le plan (L, R, T), permet une bonne adaptation de la solution analytique avec la loi empirique d'Hankinson.

2. Approche Numérique

L'allure de la courbe de vitesse de l'approche numérique est conformé à la loi d'Hankinson. Néanmoins, il reste à faire une étude paramétrique pour maitriser les effets des conditions limites et de la diffusion géométrique de l'onde.

3. Approche Expérimentale

L'effet de l'orthotropie du bois sur les vitesses de compression est identique pour les échelles centimétrique et métrique;

4. Comparaison des résultats et perspective

Les allures des vitesses analytique, numérique et expérimentale sont similaire;

Pour affiner la convergence des approches, il faut 1°) une caractérisation expérimentale complète des constants d'élasticité du modèle numérique, 2°) une modélisation plus réaliste des conditions aux limites, 3°) de la forme de l'excitation ultrasonore.

Université de Limoges
GC2D Laboratoire de Génie Civil, Diagnostic et Durabilité
Région Nouvelle-Aquitaine
BOURSE REGION NOUVELLE-AQUITAINE
PROJET SOuBois