

Calcul direct de champs de déformations avec la méthode de la grille : principe et applications.

C. BADULESCU^a, J.D. MATHIAS^b, M. GRÉDIAC^a

a. Laboratoire de Mécanique et Ingénieries, Institut Français de Mécanique Avancée-Université Blaise Pascal Clermont II, Campus des Cézeaux BP 265, 63175 Aubière Cedex, France

b. Laboratoire d'Ingénierie pour les Systèmes Complexes, CEMAGREF, Campus des Cézeaux, 24 avenue des Landais, BP 50085, 63172 Aubière Cedex, France

Résumé :

La méthode proposée permet le calcul direct des déformations par traitement d'images de grille sans dérivation du déplacement. Par ailleurs, les défauts de la grille caractérisés et corrigés. Un meilleur compromis est ainsi obtenu entre la résolution et la résolution spatiale qu'avec les méthodes classiques de calcul des déformations par dérivation du déplacement. La méthode est appliquée à divers exemples d'application, dont une plaque trouée soumise à un essai de traction. Une comparaison avec les résultats obtenus avec d'autres méthodes est également effectuée.

Abstract :

The method presented here enables us the direct calculation of strain maps from grid images. Strain maps are obtained without any derivation of the displacement field. Grid defects are also characterized and removed. This method leads to better results in terms of resolution and spatial resolution than the classical method, which consists in differentiating a displacement field calculated beforehand. Some examples illustrate the approach, among which a tensile test on an open-hole specimen subjected to a tensile test. The comparison of the results obtained with the classical method is also discussed.

Mots clefs : mesure de champ, méthode de la grille, déformation

1 Introduction

Les techniques des mesures de champs sont aujourd'hui de plus en plus répandues dans la communauté de la mécanique expérimentale. Ces techniques sont susceptibles de constituer des outils efficaces pour la détermination des champs de déplacement et de déformation sur des éprouvettes de taille réduite ou sur des structures soumises à des chargements, même si la question de leurs performances métrologiques reste ouverte à ce jour [1]. Diverses méthodes sont disponibles en pratique, chacune d'entre elles disposant d'avantages et d'inconvénients spécifiques. Ces méthodes fournissent généralement des cartes de déplacements. Cependant, l'information présentant le plus d'intérêt dans de nombreuses applications est la déformation et pas le déplacement. Diverses stratégies peuvent être utilisées pour effectuer la dérivation des cartes de déplacements fournis par les systèmes de mesure de champs. La plus courante reste le lissage du champ de déplacement avec des fonctions spécifiques suivi d'une dérivation de ces fonctions. Le champ de déplacement peut être filtré sur toute la surface en utilisant des fonctions polynomiales de degré élevé [2] ou des fonctions adaptées qui prennent en compte des solutions théoriques spécifiques pour un problème donné [3].

Dans le cas des techniques basées sur l'analyse d'un signal périodique (moiré, méthode de grille, interférométrie de moiré, ESPI [4]), le problème est similaire. La phase de la signal, qui est directement liée au déplacement, est d'abord déterminée en utilisant une stratégie appropriée [5]. Ce déplacement doit ensuite être lissé et dérivé pour obtenir la déformation [6].

L'objectif de ce travail est double. Dans un premier temps, le calcul direct de la déformation pour des modèles de grilles est proposé sans calcul préalable du déplacement. Dans un deuxième temps, différents essais ayant montré que certains défauts de la grille provoquent l'apparition de déformations fictives, ces dernières sont caractérisées et soustraites des déformations mesurées pour obtenir la déformation réelle. On montre que cette procédure, associée avec le calcul direct de la déformation, conduit à un outil efficace pour la détermination précise des champs de déformation. Des résultats numériques et expérimentaux illustrent enfin cette procédure.

2 Calcul direct de la déformation sans calculer le champ de déplacement

2.1 Introduction

La modélisation d'une frange fournie par l'un des systèmes de mesure à codage périodique s'écrit :

$$s(x) = A [1 + \gamma \cdot \text{frgn}(2\pi f x + \phi)] \quad (1)$$

A représente l'amplitude de signal $s(x)$, γ est le contraste, frgn une fonction périodique de période 2π , f est la fréquence de la porteuse qui est calculée comme l'inverse du pas de la frange et ϕ la phase modulée qui est directement liée au déplacement par la relation suivante :

$$\Delta\phi = -\frac{2\pi}{p} \times u \quad (2)$$

$\Delta\phi$ représente la variation de phase. En général, la déformation est calculée à partir du déplacement en utilisant la méthode suivante :

- les cartes de phase associées aux images initiale et finale sont calculées. Divers algorithmes présentés dans la littérature peuvent être utilisés pour conduire ce calcul [5] ;
- la différence des deux cartes de phases (finale et initiale) est effectuée et le déplacement en est déduit (voir l'équation (2) ci-dessus) ;
- le champ de déplacement est filtré ou lissé ;
- il est ensuite dérivé numériquement pour obtenir le champ de déformation.

Les deux dernières étapes peuvent être fusionnées à l'aide d'un filtre dérivateur. Il est également possible de déduire la déformation directement pour des modèles de franges, en détectant par exemple les variations locales de fréquences avec des outils comme la transformée de Fourier fenêtrée, la transformée de Gabor ou la transformée en ondelettes [7]. On présente ci-dessous un calcul de ce type qui est basé sur le calcul direct de la dérivée de la phase.

2.2 Calcul direct de la déformation

Pour des raisons de simplicité et de concision, le calcul ci-dessous est développé dans le cas unidirectionnel. Le cas bidimensionnel peut être traité de façon similaire, mais les résultats sont plus longs à exprimer. La transformée de Fourier fenêtrée d'un signal s est calculée avec l'équation ci-dessous :

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(u)g(u-x)\exp(-i\omega(u))du \quad (3)$$

où la fonction g est une fenêtre glissante qui permet de localiser et d'analyser le signal pour une valeur donnée de x , $\omega = \frac{2\pi}{p}$, où p est le pas de la grille. ψ est en fait une simple convolution entre le signal s multiplié par une fonction exponentielle complexe et une fenêtre donnée g . Dans notre approche, une fenêtre gaussienne d'écart-type σ est utilisée grâce à la propriété de cette fonction qui minimise le rectangle de Heisenberg. De plus, cette fonction exponentielle est dérivable en tout point.

La phase du signal peut être obtenue en utilisant l'équation suivante :

$$\phi = \text{atan} \left(\frac{J}{R} \right) \quad (4)$$

où J et R représentent respectivement la partie imaginaire et la partie réelle de la phase ϕ . Ces quantités sont définies ci-dessous :

$$\begin{cases} R(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(u)\exp\left(\frac{-(u-x)^2}{2\sigma^2}\right) \cos(\omega u) du \\ J(x) = -\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(u)\exp\left(\frac{-(u-x)^2}{2\sigma^2}\right) \sin(\omega u) du \end{cases} \quad (5)$$

Comme l'objectif est de déterminer les déformations qui se déduisent des déplacements par dérivation et que ces déplacements sont proportionnels à la phase, l'idée ici est de dériver directement la phase en utilisant la relation ci-dessous :

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = \phi' = \frac{\partial}{\partial x} \text{atan} \left(\frac{J}{R} \right) \quad (6)$$

En dérivant simplement la fonction ci-dessus, on obtient :

$$\phi' = \frac{J'R - R'J}{R^2 + J^2} \quad (7)$$

R et J sont définis avec l'équation 5. Leurs dérivées R' et J' s'en déduisent directement :

$$\begin{cases} R'(x) = \frac{-1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \exp\left(\frac{-(u-x)^2}{2\sigma^2}\right) \times \left(\frac{u-x}{\sigma^2}\right) \cos(\omega u) du \\ J'(x) = \frac{-1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \exp\left(\frac{-(u-x)^2}{2\sigma^2}\right) \times \left(\frac{u-x}{\sigma^2}\right) \sin(\omega u) du \end{cases} \quad (8)$$

A ce stade, on peut facilement exprimer la déformation ε en calculant les dérivées de la phase pour les images initiale et finale et en les soustrayant :

$$\varepsilon = -\frac{p}{2\pi} \times \Delta\phi' \quad (9)$$

Des comparaisons ont été faites pour des images simulées entre la méthode proposée et des méthodes classiques [8] qui montrent l'efficacité de l'approche proposée.

2.3 Correction des défauts de grille

En pratique, l'application directe de la méthode ci-dessus pose cependant problème à cause de défauts de grilles qui peuvent être détectés. Un examen attentif d'une grille sous microscope a permis de mettre en évidence des variations de pas de grille et de largeur des traits. Ces variations sont faibles en amplitude (micrométriques), mais rapportées au pas de la grille (200 microns) et comparées aux déformations que l'on souhaite mesurer, elles sont significatives (plusieurs 10^{-3}). Ces variations sont dues au processus d'impression et elles conduisent donc à des déformations fictives qui s'ajoutent aux déformations dues à un chargement thermo-mécanique. Il est cependant possible d'éliminer ces défauts en ramenant d'abord la carte de dérivée de phases finales dans le système de coordonnées initiales, puis de soustraire les deux cartes (finale et initiale). L'effet de cette compensation des défauts de grille est discuté dans l'exemple ci-dessous dédié à un essai de translation.

3 Essais

3.1 Introduction

Dans ce paragraphe, la méthode proposée est appliquée sur deux type d'essais dont le champ de déformation est supposée homogène : un essai de translation et un essai de traction sur une éprouvette en aluminium. Dans ce cas, la grille est unidirectionnelle de pas égal à 200 micron (5 traits/mm). La caméra encode chaque période sur 5 pixels. L'écart-type de la gaussienne vaut $\sigma = 5$ pixels, ce qui conduit à une résolution spatiale en déformation (considérée ici égale à $\pm 3\sigma$) égale à 30 pixels.

3.2 Translation

Pour quantifier la déformation fictive due à la variation du pas de la grille et voir l'effet bénéfique de cette compensation du mouvement entre images finale et initiale, un essai de type translation a été réalisé sur une éprouvette équipée d'une grille. Pour ce type d'essai, la solution de référence en déformation est connue puisqu'elle est rigoureusement nulle. En fait, toutes les variations du champ de déformation autour de cette valeur nominale susceptibles d'être observées sont dues à deux grands types de défauts. Le premier est lié au système optique d'acquisition des images (bruit capteur, effet du mouvement hors plan, poussière sur le capteur CCD, etc). Le deuxième type est dû aux défauts de grille discutés ci-dessus. Afin d'amoindrir le premier type de défaut, une moyenne sur un nombre grand d'images (64) a été réalisée, ce qui était possible ici vu que l'échantillon était fixe. Une étude de convergence sur le nombre d'images a été réalisée et montre que 64 images représente un bon compromis entre la qualité de l'image moyennée et la capacité mémoire de l'ordinateur. Cette image moyennée est ensuite analysée avec l'approche proposée ci-dessus. Il faut souligner qu'un nombre d'images moins important peut être retenu en cas de saisie des images pendant des essais en cours, mais avec pour conséquence une dégradation de la qualité de la mesure.

Un exemple de déformation fictive due à la variation du pas de la grille est représentée sur la figure 1-a. Il s'agit d'une coupe de la distribution 2D des dérivées de phase le long d'une colonne de la grille CCD. La dérivée de phase devrait être nulle en théorie, ce qui n'est donc pas vérifié à cause des variations de pas p . Les allures de ces courbes sont quasiment les mêmes, à un décalage horizontal près entre elles (voir Figure 1-a). Ce décalage est dû au déplacement relatif entre chaque image saisie. On compense donc ces défauts en décalant les courbes d'une quantité égale à l'opposé du déplacement mesuré (voir Figure 1-b). Quand le déplacement n'est pas égal à un nombre entier de pixels, les valeurs obtenues entre les pixels les plus proches sont interpolées.

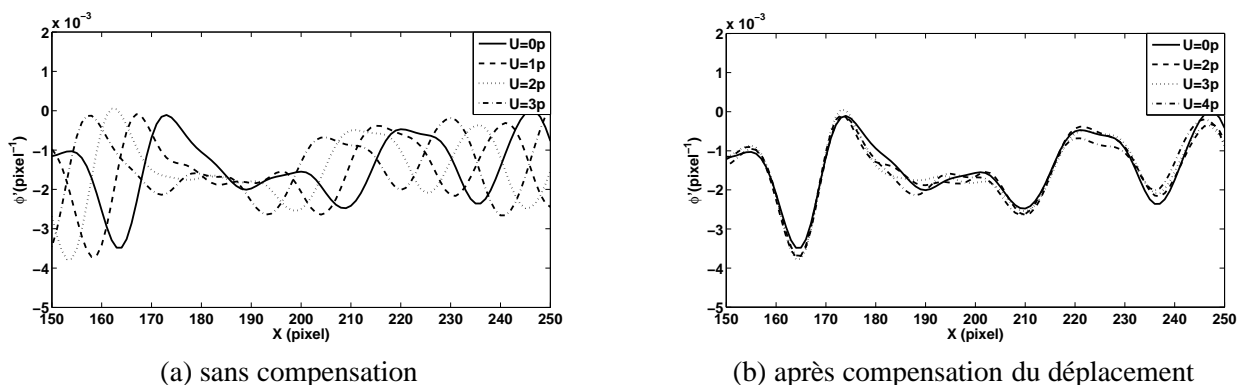


FIGURE 1 – Exemple de dérivées de phase pour plusieurs valeurs du déplacement

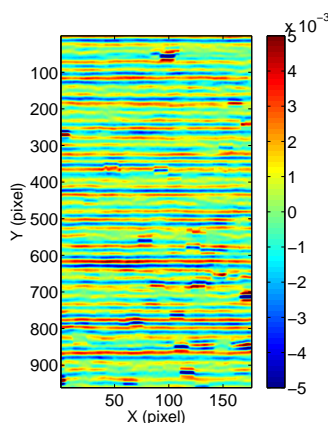


FIGURE 2 – Déformations fictives dues à la variation du pas de la grille

Les différences entre courbes qui subsistent sont dues aux imprécisions dans la caractérisation des défauts de grille entre plusieurs valeurs des déplacements. Ne pas appliquer cette compensation conduit à des franges parasites dans le champ de déformation. Ces franges apparaissent nettement sur la Figure 2 obtenue pour un déplacement imposé égal à 2 fois le pas p de la grille. Ces franges sont parallèles aux lignes de la grille, mais présentent une plus grande période.

L'écart-type de la distribution des déformations est représenté Figure 3-a en fonction de l'amplitude du déplacement imposé. Celle-ci augmente proportionnellement à U jusqu'à environ 2 fois le pas de la grille. Elle diminue ensuite légèrement à partir de $U = 2$ fois le pas p .

L'apport due à la correction apparaît clairement sur la Figure 3-b. Par exemple, pour une translation qui correspond à deux fois le pas de la grille p , l'écart type est diminué d'environ 7 fois par rapport à un calcul ne prenant pas en compte cette correction.

La figure 3-b montre l'influence du choix de σ qui conditionne la résolution spatiale. Ici une translation égale à $2p$ a été imposée. L'écart-type diminue bien avec σ , mais l'importance du gain obtenu diminue quand σ augmente.

3.3 Essai de traction

Un essai de traction a été réalisé avec une machine de traction Zwick/Roel qui développe une charge maximale de 20 kN. L'éprouvette considérée est en aluminium. Elle est équipée d'une grille 1D dont les traits sont perpendiculaires à la direction de chargement. Sa section est de $30 \times 2 \text{ mm}^2$ et l'effort appliqué ici est de $F = 10 \text{ kN}$. La carte de déformation pour cette essai est représentée sur la Figure 4-a. Des franges parasites dues aux variations de p sont présentes sur la carte des déformations. L'effet de la correction est bien visible sur la Figure 4-b. De plus, le champ de déformation corrigée est proche d'un champ homogène constant. La valeur moyenne sur le champ de déformation vaut $\varepsilon_{moyenne} = 2,30E - 3$ qui est très proche de la valeur attendue qui est de $2,25E - 3$. Cette dernière valeur est obtenue à partir de la connaissance de l'effort appliqué, de la section de l'éprouvette et du module d'Young de l'aluminium.

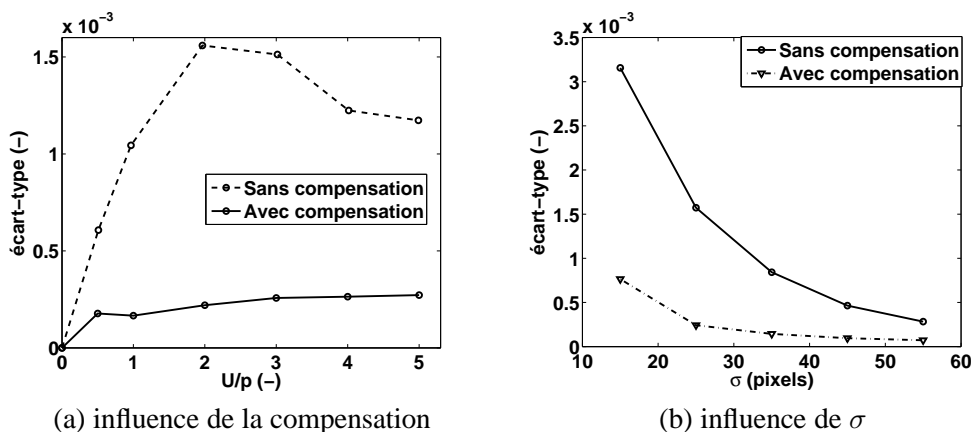
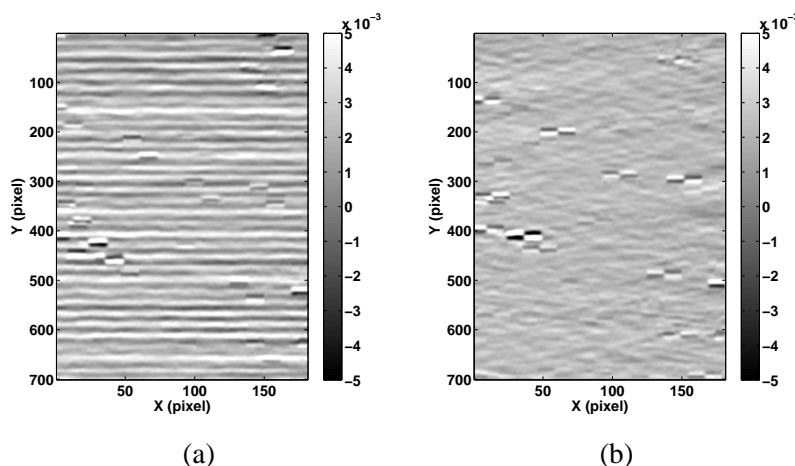
FIGURE 3 – Ecart-type du champ de déformation. Influence de la compensation (a) et de σ (b)

FIGURE 4 – Champ de déformation, essai de traction sur un éprouvette aluminium.

4 Essai sur une plaque trouée

Un essai de traction sur une éprouvette trouée en aluminium est maintenant réalisé. Le calcul des déformations doit d'effectuer selon deux directions, avec des formules semblables à celles présentées au paragraphe 2, mais qui ne sont pas présentées ici pour des raisons de concision. D'un point de vue pratique, une grille croisée et plus unidirectionnelle doit être collée. Enfin, la procédure de compensation du déplacement est plus complexe ici car elle s'effectue selon les deux directions. La Figure 5-a représente la déformation longitudinale calculée sans correction. Des franges parasites perpendiculaires à la direction de chargement apparaissent. La déformation corrigée est représentée sur la figure 5-b. Une diminution très nette des oscillations est observée. Une comparaison avec un modèle éléments finis est représentée sur la figure 5-c. Les champs de déformation expérimental et numériques sont très proches, ce qui illustre la robustesse de la méthode proposée dans ce cas simple de champ hétérogène. Enfin, la déformation de cisaillement ε_{xy} mesurée avec cette approche est représentée sur la figure 5-d à titre d'illustration. On peut vérifier facilement la carte fournie par éléments finis est très proche dans ce cas également.

5 Conclusion et perspectives

Une procédure de calcul direct de la déformation à partir d'images de grilles a été présentée. Elle intègre une dérivation directe du champ de phase et une compensation du mouvement rendue nécessaire par les défauts de grille. Il en résulte une diminution importante des déformations fictives dues aux défauts de la grille. L'efficacité de la méthode proposée a été mise en évidence à travers trois essais : de translation, de traction sur une éprouvette parallépipédique en aluminium et de traction sur une éprouvette trouée. Dans les deux derniers cas, les champs de déformations obtenus sont très proches des champs attendus en théorie.

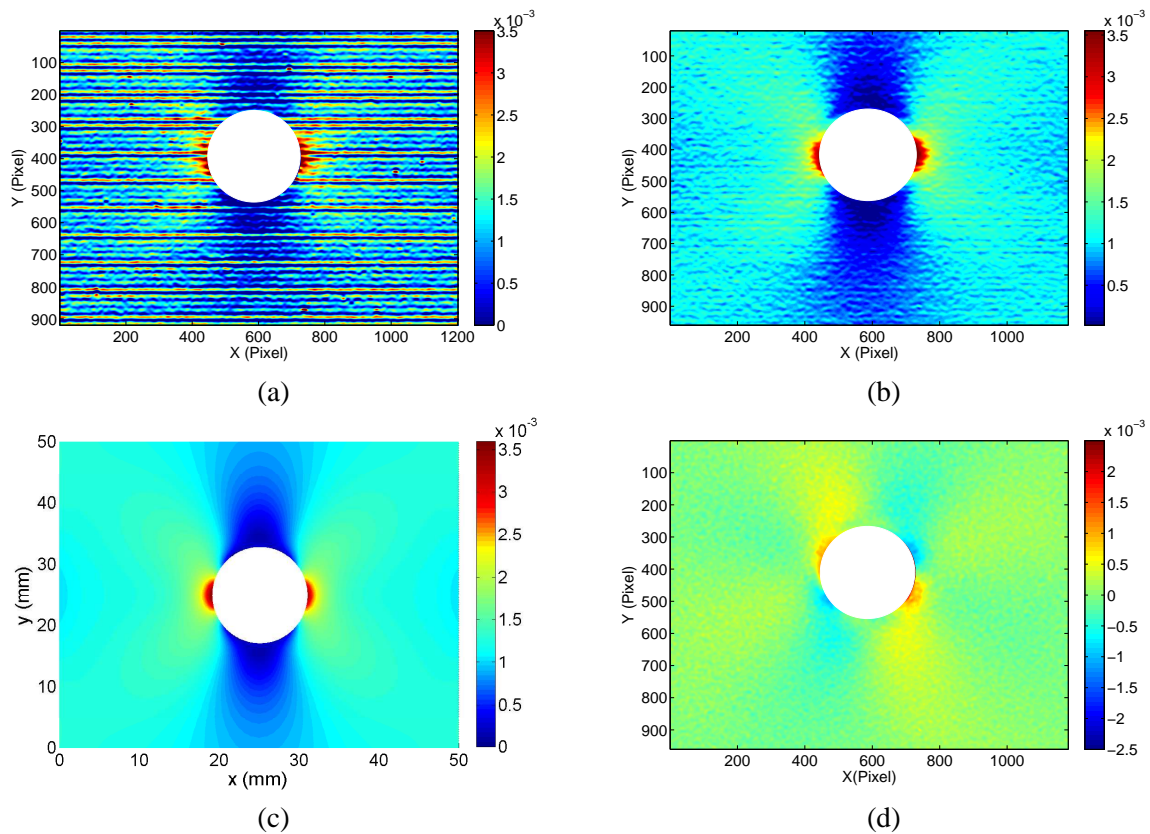


FIGURE 5 – Champs de déformation, essai de traction sur une plaque trouée

Références

- [1] Patterson E., Brailly P., Burgete R., Hack E., Siebert T., and Whelan M. A challenge for high performance full-strain measurement system. *Strain*, 43(3), 167–180, 2007.
- [2] Kim J., Pierron F., Wisnom M., and Syed-Muhamad K. Identification of the local stiffness reduction of a damaged composite plate using the virtual fields method. *Composites Part A*, 38(9), 2065–2075, 2007.
- [3] Hamam R., Hild F., and Roux S. Stress intensity factor gauging by digital image correlation : application in cyclic loading. *Strain*, 43(3), 181–192, 2007.
- [4] Kobayashi A. *Handbook on experimental mechanics*. Wiley, New York, 1993.
- [5] Surrel Y. Moiré and grid methods in optics : a signal processing approach. *Proceedings of the SPIE*, 2342, 213–220, 1994.
- [6] Cordero R., Molimard J., Labbé F., and Matinez A. Strain maps obtained by phase-shifting interferometry : an uncertainty analysis. *Optics Commun*, 281, 2195–2206, 2008.
- [7] Sciammarella C. and Kim T. Determination of strains from fringe patterns using space-frequency representation. *Optic Eng*, 42(11), 3182–3193, 2003.
- [8] Badulescu C., Grédiac M., Mathias J.-D., and Roux D. A procedure for accurate one-dimensional strain measurement using the grid method. *Experimental Mechanics*, DOI 10.1007/s11340-008-9203-8, 2008.