

Caractérisation par tomographie ultrasonore du chêne vert employé dans la charpente de la Cathédrale Notre Dame de Paris

DUBOIS Frédéric¹, AFOUTOU Jérôme¹, ZHANG Xi¹

¹ Univ. Limoges, GC2D, UR 14477, F-87000 Limoges, France
frederic.dubois@unilim.fr

Mots clefs : Chêne vert, Propriétés d'élasticité, tomographie ultrasonore, méthodes inverses

Contexte et objectifs

L'incendie du 15 avril 2019, qui a ravagé la Cathédrale Notre Dame de Paris, a ému l'ensemble de notre communauté. En revanche, le projet de réhabilitation et le soutien scientifique apporté aux bureaux d'études Bois-Construction, ont permis de mettre en exergue de nouveaux verrous scientifique au niveau, dans le cas de la charpente, de l'emploi de chêne vert. Dans ce contexte, de nombreuses campagnes de caractérisation, que ce soient au niveau du matériau même mais également au niveau des nœuds d'assemblage. Une campagne expérimentale a été menée, fin 2022, pour aboutir à la définition d'une classe de résistance mécanique définie à l'aide de la connaissance de la contrainte de rupture en flexion, le module d'élasticité longitudinal et la masse volumique afin de permettre, à termes, aux bureaux d'étude de justifier leurs notes de calcul tant aux états limites ultime et de service. Au-delà de la définition des valeurs caractéristiques, une technique de tomographie ultrasonore innovante a permis de compléter les données expérimentales en recalculant le tenseur de rigidité complet du matériau bois étudié.

Essais de caractérisation

Les essais de caractérisation reposent sur 17 poutres de 8m de longueur avec des sections transversales hétérogènes. Dans le cadre de ce travail, nous retiendrons que les résultats d'une de ces poutres. Ces essais emploient le protocole de flexion 4 points avec un calcul du module d'élasticité longitudinal employant la flèche circulaire selon la norme EN 408, Fig. 1.



Fig. 1 : Dispositif flexion 4 points

Les trois grandeurs retenues, à savoir la masse volumique, le module d'élasticité longitudinal et la contrainte à la rupture en flexion sont reportées dans le Tab. 1.

Tab. 1 : Valeurs moyennes caractéristiques déterminées sur le lot

Masse volumique (ρ)	Module d'élasticité longitudinal (E_0)	Contrainte de flexion axiale (f_m)
907 kg/m ³	13.7 GPa	56.2 MPa

Cartographie hydrique des sections transversales

La suite de l'étude se concentre donc sur une poutre du lot testé précédemment. L'objectif, de cette section étant de caractériser l'état hydrique de la poutre. Nous supposons une homogénéité du gradient hydrique en section courante en distinguant les sections d'about qui ont subi un séchage longitudinal. Deux sections transversales, respectivement sections d'about et courante, sont indiquées en Fig. 2. Elles représentent deux plateaux de 4cm d'épaisseur.

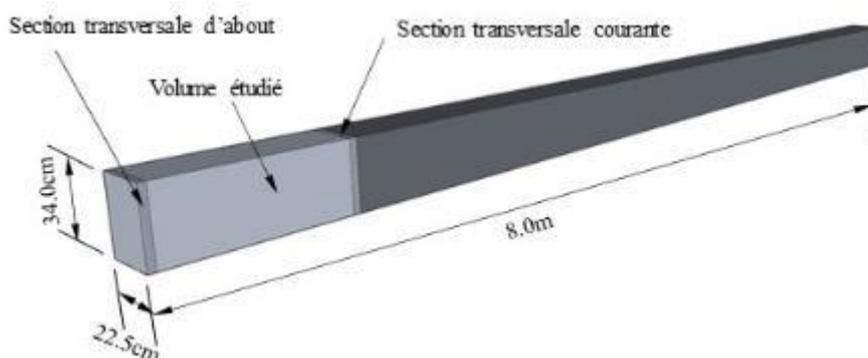


Fig. 2 : Préparation des échantillons

Les deux plateaux sont découpés, six mois après la réception du lot, afin d'obtenir des cubes de 4cm de côté. Par méthode de double pesée, les échantillons sont placés, pendant un mois et demi, dans une étuve à 103°C afin de tendre vers un état anhydre, Fig.3.

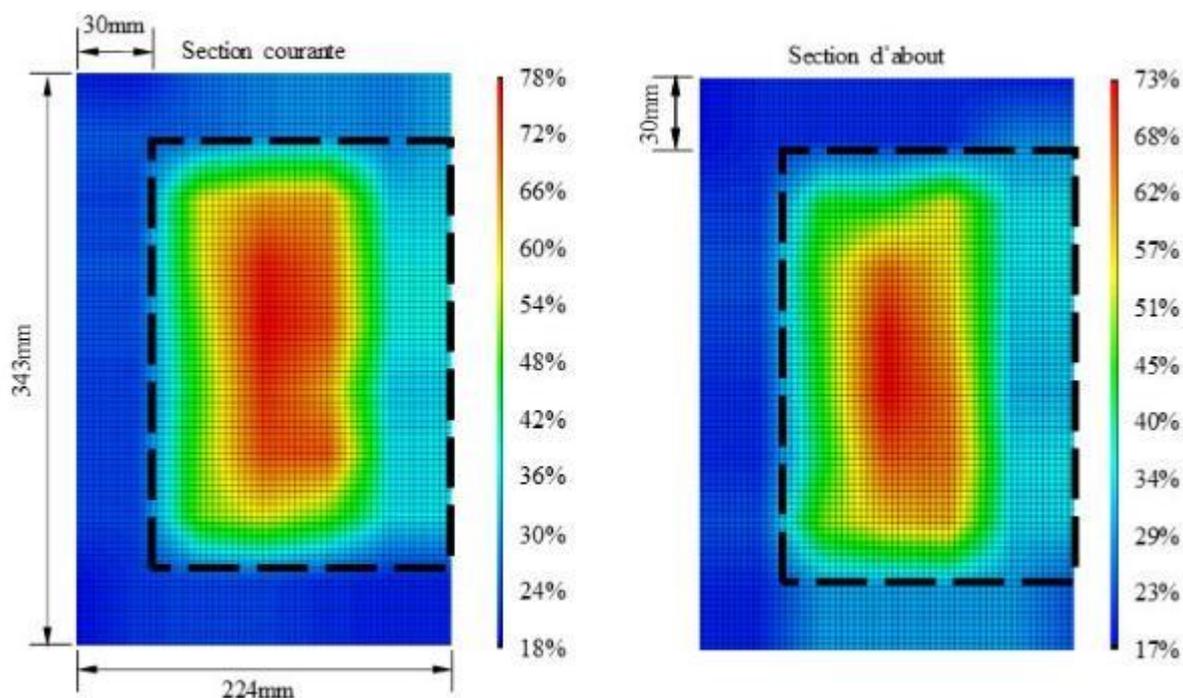


Fig. 3 : Cartographies hydriques

A une température de conservation de 20°C, les travaux de M. Varnier (2019) permettent d'estimer une humidité interne de saturation des fibres de 31 % (Point de Saturation des Fibres à 20°C). Les cartographies hydriques permettent de déterminer l'état hydrique des deux sections

considérées en précisant la zone périphérique (± 3 cm non centrée du fait du conditionnement de la poutre à plat) dans laquelle l'humidité interne place le matériau dans son domaine hygroscopique. Cela correspond à une proportion de bois 'vert' de 80% pour laquelle nous supposons une homogénéité des propriétés d'élasticité. La section d'about a cependant subi un séchage accéléré par un transfert hydrique longitudinal avec, au moment des mesures, une humidité moyenne de 40% avec une amplitude surfacique allant de 17% en périphérie et 78% à cœur. En revanche, concernant la section courante, nous mesurons une humidité moyenne de 46% avec une amplitude surfacique de 18% à 78%. En moyenne, cela correspond, en négligeant les variations dimensionnelles lors du séchage, à une masse volumique anhydre moyenne de 550 kg/m^3 .

Tomographie ultrasonore

L'utilisation des méthodes ultrasonores sont employées depuis plusieurs décennies pour caractériser le module d'élasticité longitudinal des éléments en bois qu'il soit sur pied ou sous forme d'éléments structuraux. Dans ce travail, la méthode a été développée dans le but de caractériser l'ensemble des propriétés d'élasticité, c'est-à-dire, la globalité du tenseur de rigidité ou de complaisance. Le verrou majeur de ce travail est de prendre en compte l'orthotropie du matériau, d'une part, et l'orthotropie cylindrique, d'autre part, dans le plan RT induite par les cernes de croissances. Afin de relever ce défi, deux étapes cruciales ont été franchies. La première a consisté à déterminer le champ de vitesse de propagation des ondes en prenant en compte le caractère orthotrope du milieu. La seconde concerne la projection des propriétés d'élasticité dans les trois plans de symétrie, à savoir, les plans RT, RL et TL, le tout piloté par des algorithmes d'optimisation numérique par éléments finis.

Vitesses de propagation d'ondes dans un milieu orthotrope

Afin de déterminer les propriétés ultrasonores focalisées sur les champs de vitesse répondant aux propriétés d'orthotropie, il a été employé une nouvelle formulation d'Hankinson appliquée à un milieu tridimensionnel. Considérons les positions données d'un transmetteur et d'un récepteur ultrasonores. Dans le cas d'un repère d'orthotropie cartésien, la ligne de propagation d'onde, que nous supposons linéaire, est caractérisée par son vecteur directeur \vec{v} repéré par les angles α et θ , et ce, dans une représentation sphérique, Fig. 4.

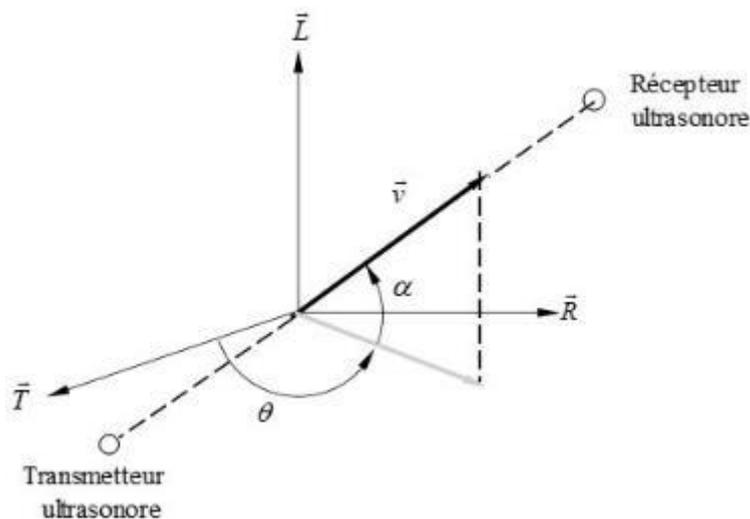


Fig. 4 : Vecteur directeur de la ligne de propagation d'onde

La formulation d'Hankinson 3D (Afoutou et al., 2023) permet de définir toute vitesse de propagation en fonction des trois vitesses principales (V_L ($\alpha = \frac{\pi}{2}$), V_R ($\alpha = 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$), V_T ($\alpha = 0$, $\theta = 0$)) et de trois paramètres d'optimisation (l , m , n). Pour deux angles quelconques (α et θ), la vitesse $V(\alpha, \theta)$ est donnée par l'expression suivante :

$$V(\alpha, \theta) = \frac{V_L \cdot V_R \cdot V_T}{V_R \cdot \cos^l(\theta) \cdot [V_L \cdot \cos^m(\alpha) + V_T \cdot \sin^m(\alpha)] + V_T \cdot \sin^l(\theta) \cdot [V_L \cdot \cos^n(\alpha) + V_R \cdot \sin^n(\alpha)]} \quad (1)$$

La détermination des paramètres d'Hankinson nécessite, selon l'expression (1), d'avoir une forte ouverture angulaire, ce qui implique une tomographie ultrasonore qui se traduit par différentes combinaisons de tirs directs, indirects et semi-directs, Fig. 5.

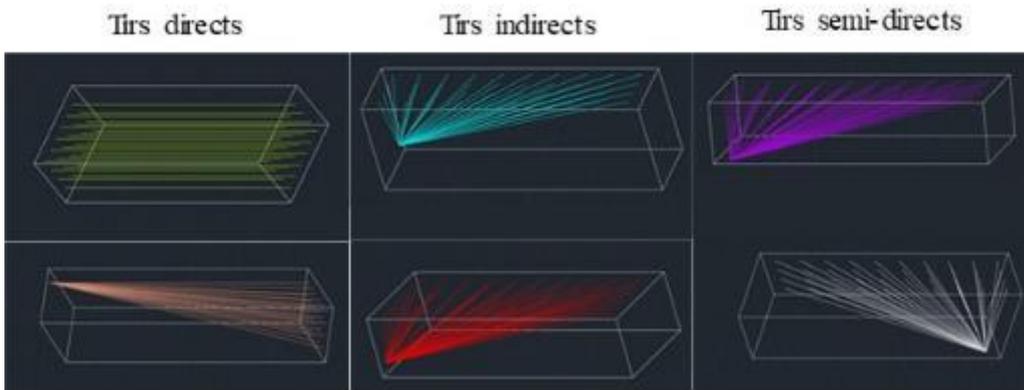


Fig. 5 : Configurations de tirs ultrasonores

Sous les hypothèses d'un milieu homogène, un algorithme de type Simplex est employé afin de déterminer les paramètres d'Hankinson listés dans la Table 2. Afin de prendre en compte l'orthotropie cylindrique, l'algorithme d'optimisation et le calcul des vitesses analytique ont été implémentés dans le code aux éléments finis Castem.

Tab. 2 : Paramètres d'Hankinson 3D

V_L	V_T	V_R	l	m	n
4270m/s	1490m/s	1600m/s	1.64	1.72	1.36

A présent, il reste à effectuer le lien entre les vitesses de propagation d'ondes ultrasonores et les propriétés d'élasticité du matériau. Pour cela, nous reprenons la démarche proposée par Zhang et al. (2022). Dans un plan d'orthotropie XY, la vitesse de propagation d'ondes de compression $V_{xy}(\alpha_{xy})$:

$$V_{xy}(\alpha_{xy}) = \sqrt{\frac{C_{x'x'}(\alpha_{xy})}{\rho}} \quad (2)$$

α_{xy} l'angle entre le vecteur directeur de propagation d'onde et l'axe \bar{x} . Dans le plan XY, les vitesses de propagation d'ondes répondent au modèle d'Hankinson standard, à savoir :

$$V_{xy} = \frac{V_x \cdot V_y}{V_x \cdot (\sin \alpha_{xy})^{n_{xy}} + V_y \cdot (\cos \alpha_{xy})^{n_{xy}}} \quad (3)$$

Zhang a défini le lien entre la complaisance apparente $C_{x'x'}$ et les propriétés d'élasticité dans le plan XY :

$$C_{x'x'} = \frac{E_{x'} \cdot E_{y'} \cdot (E_{z'} - E_{y'} \cdot \nu_{z'y'}^2)}{E_{y'} \cdot E_{z'} - E_{x'} \cdot E_{z'} \cdot \nu_{y'x'}^2 - E_{x'} \cdot E_{y'} \cdot \nu_{z'x'}^2 - E_{y'}^2 \nu_{z'y'}^2 - 2 \cdot E_{x'} \cdot E_{y'} \cdot \nu_{y'x'} \cdot \nu_{z'y'} \cdot \nu_{z'x'}} \quad (4)$$

Par application d'un opérateur vectoriel de rotation, chaque propriété d'élasticité, définie dans ce repère, s'expriment en fonction des propriétés d'élasticité définies dans le repère principal d'orthotropie définissant le plan XY :

$$E'_{xx} = \left(\frac{\cos^4(\alpha_{xy})}{E_x} + \frac{\sin^4(\alpha_{xy})}{E_y} + \frac{\sin^2(\alpha_{xy}) \cdot \cos^2(\alpha_{xy})}{G_{xy}} - 2 \cdot \frac{\sin^2(\alpha_{xy}) \cdot \cos^2(\alpha_{xy}) \cdot \nu_{yx}}{E_y} \right)^{-1} \quad (5)$$

$$E'_{yy} = \left(\frac{\sin^4(\alpha_{xy})}{E_x} + \frac{\cos^4(\alpha_{xy})}{E_y} + \frac{\sin^2(\alpha_{xy}) \cdot \cos^2(\alpha_{xy})}{G_{xy}} - 2 \cdot \frac{\sin^2(\alpha_{xy}) \cdot \cos^2(\alpha_{xy}) \cdot \nu_{yx}}{E_y} \right)^{-1} \quad (6)$$

$$E'_{zz} = E_z \text{ (hors plan)} \quad (7)$$

$$\nu'_{xy} = \frac{\frac{\nu_{yx}}{E_y} - \cos^2(\alpha_{xy}) \cdot \sin^2(\alpha_{xy}) \cdot \left(\frac{1}{E_x} + \frac{1}{E_y} + \frac{2 \cdot \nu_{yx}}{E_y} - \frac{1}{G_{xy}} \right)}{\frac{\cos^4(\alpha_{xy})}{E_x} + \frac{\sin^4(\alpha_{xy})}{E_y} + \frac{\cos^2(\alpha_{xy}) \cdot \sin^2(\alpha_{xy})}{G_{xy}} - \frac{2 \cdot \nu_{yx} \cdot \cos^2(\alpha_{xy}) \cdot \sin^2(\alpha_{xy})}{E_y}} \quad (8)$$

$$\nu'_{xz} = \frac{\frac{\nu_{zx}}{E_z} \cdot \cos^2(\alpha_{xy}) + \frac{\nu_{zy}}{E_z} \cdot \sin^2(\alpha_{xy})}{\frac{\cos^4(\alpha_{xy})}{E_x} + \frac{\sin^4(\alpha_{xy})}{E_y} + \frac{\cos^2(\alpha_{xy}) \cdot \sin^2(\alpha_{xy})}{G_{xy}} - \frac{2 \cdot \nu_{yx} \cdot \cos^2(\alpha_{xy}) \cdot \sin^2(\alpha_{xy})}{E_y}} \quad (9)$$

$$\nu'_{yz} = \frac{\frac{\nu_{zx}}{E_z} \cdot \sin^2(\alpha_{xy}) + \frac{\nu_{zy}}{E_z} \cdot \cos^2(\alpha_{xy})}{\frac{\sin^4(\alpha_{xy})}{E_x} + \frac{\cos^4(\alpha_{xy})}{E_y} + \frac{\cos^2(\alpha_{xy}) \cdot \sin^2(\alpha_{xy})}{G_{xy}} - \frac{2 \cdot \nu_{yx} \cdot \cos^2(\alpha_{xy}) \cdot \sin^2(\alpha_{xy})}{E_y}} \quad (10)$$

Les expressions (5) à (10) se multiplient selon le plan d'orthotropie considéré, et ce, par permutation circulaire en respectant les notations de la Table 3.

Tab. 3 : Définition paramétrique des plans d'orthotropie

Plan XY	V_x	V_y	α_{xy}	n_{xy}
Plan LR	V_L	V_R	$\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right], \theta = \frac{\pi}{2}$	n
Plan TL	V_T	V_L	$\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right], \theta = 0$	m
Plan RT	V_R	V_T	$\alpha = 0, \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]$	l

En combinant les équations (5 à 10) dans les expressions (2) et (3), un algorithme d'optimisation est employé pour déterminer l'ensemble des paramètres d'élasticité afin de minimiser les écarts entre les vitesses exprimées par l'équation (3) et les vitesses angulaires déterminées par les fonctions d'Hankinson (3), et ce, pour les trois plans d'orthotropie considérés. Les résultats d'optimisation sont présentés dans la table 4.

Tab. 4 : Propriétés d'élasticité après optimisation

E_L	E_R	E_T	G_{LR}	G_{LT}	G_{RT}
13.8GPa	2.05GPa	1.72GPa	0.84	1.49	0.42
ν_{RL}	ν_{TR}	ν_{TL}	ν_{LR}	ν_{RT}	ν_{RT}
0.057	0.131	0.041	0.381	0.156	0.33

Conclusion et perspectives

Les résultats mettent en exergue leur cohérence avec la caractérisation en flexion circulaire du module d'élasticité de la poutre testée même si, dans la réalité, l'hypothèse d'homogénéité des propriétés n'est pas respectée en périphérie où le chêne se retrouve dans son domaine hygroscopique. Néanmoins, la proportion de bois vert permet de préciser que les vitesses de propagation d'ondes le long des différents chemins de propagation restent quasi homogènes dès que nous considérons des tirs directs, indirects et semi-directs, et ce, sur des chemins de propagation suffisamment longs. Ce travail, appliqué pour la qualification mécanique du chêne vert pour la reconstruction de la charpente de Notre Dame de Paris a également vocation d'être employé dans des travaux d'inspection et de diagnostic de pièces de bois de structures dans le cadre de travaux de maintenance, de renforcement ou de requalification. Dans ce contexte, ce travail doit être complété par la prise en compte de gradients d'humidité pour des éléments en service, et ce, dans le domaine hygroscopique.

Références

- Afoutou J., Dubois F., Sauvat N., Takarli M. (2023) A novel three-dimensional model for the prediction of ultrasonic velocity in wood considering its orthotropy, *Wood Science and Technology*, 57(3):605-623.
- Zhang X., Dubois F., Sauvat N., Takarli M. (2022) Hybrid numerical model for the ultrasonic wave propagation velocity in orthotropic materials, *Wood Science and Technology*, 56(6):1605-1630.
- Varnier M. (2019) Comportement thermo-hygro-mécanique différé des feuillus, Thèse de doctorat, Université de Limoges.